

# TEMA-05: SISTEMAS Y PROCESOS FRECUENTES

## 5.1 GASES IDEALES (GI)

5.1.1 Ec. estado térmica GI

5.1.1.1 Ec. térmica en el límite de presión nula: Gas Ideal (GI)

5.1.1.2 Ec. estado térmica de GI

5.1.1.3 Coef. Térmicos de GI

5.1.1.4 Experimento de Joule- Kelvin

5.1.2 Ec. estado calórica de GI

5.1.2.1 Ec. calórica en el límite de presión nula (efecto Joule Thomson)

5.1.2.2 Ec. estado calórica de GI

5.1.3 Ec. estado entrópica de GI

5.1.4 Procesos frecuentes de GI

## 5.2 SUSTANCIAS INCOMPRESIBLES (SI)

5.2.1 Ec. estado térmica de SI

5.2.2 Ec. estado calórica de SI

5.2.3 Ec. estado entrópica de SI

## 5.3 FOCOS TÉRMICOS (F)

5.3.1 Ec. estado térmica de Focos

5.3.2 Ec. estado calórica de Focos

5.3.3 Ec. estado entrópica de Focos

## 5.4 PROCESOS POLITRÓPICOS

# 5.1 GASES IDEALES (GI)

## 5.1.1 Ec. estado térmica GI

### 5.1.1.1 Ec. térmica en el límite de presión nula: Gas Ideal (GI)

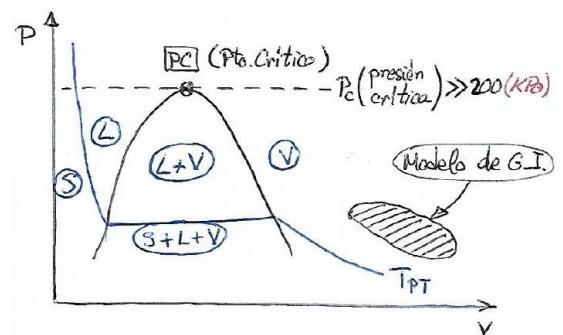
Es un modelo matemático (aunque históricamente su ecuación de estado térmica se obtuvo empíricamente estudiando el comportamiento de gases reales en el límite de presión infinitamente baja).

El comportamiento de un gas como G.I. supone dos hipótesis que no se dan en la realidad:

- las moléculas no ocupan volumen.
- sus fuerzas intermoleculares son despreciables.

Modelo matemático sólo válido para:

- presiones muy bajas ( $P < 200 \text{ [KPa]}$ )
- temp. moderadas ( $T < 400 \text{ [K]}$ ) ( $\Rightarrow$  baja densidad)
- zonas alejadas de la curva de vaporización y sublimación (saturación L-V, ver Tema-8)



En las condiciones anteriores: todos los gases se comportan muy parecidos, según demostración empírica apoyada en la Teoría Cinética de los Gases.

Es decir, en esas condiciones, todos los gases cumplen las siguientes leyes:

**a/ Ley de Boyle (1662):** “para cada gas, en el límite de presión tendiendo a cero, el producto de la presión por el volumen específico depende sólo de la temperatura”:

- siendo:  $C_g(T)$  una función distinta para cada gas "g":  $\lim_{P \rightarrow 0} (P \cdot v) = C_g(T) \neq 0$  (5.1)

- si:  $T = cte$   $\lim_{P \rightarrow 0} \rho = \lim_{P \rightarrow 0} \frac{1}{v} = \lim_{P \rightarrow 0} \frac{P}{C_g(T)} = 0$  (5.2)

- por lo que si  $P \rightarrow 0$ , se cumple (ver Fig. 4a):  $P \cdot v = C_g(T)$  (5.3)

- y por tanto:  $\left. \frac{\partial v}{\partial P} \right|_{T, P \rightarrow 0} = - \frac{C_g(T)}{P^2} = - \frac{v}{P}$  (5.4)

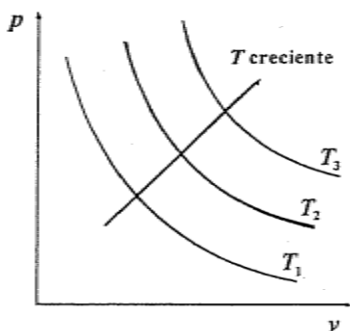


Fig. 4a

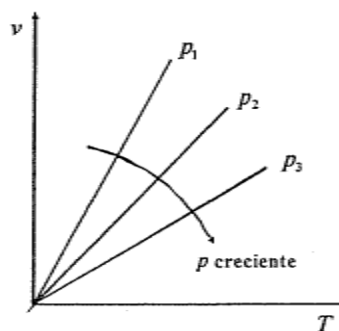


Fig. 4b

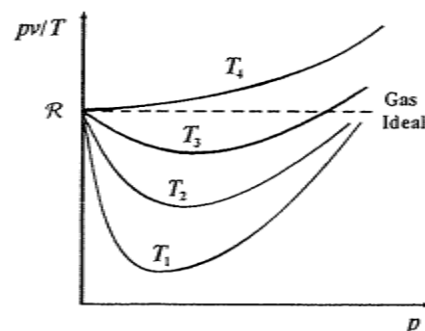


Fig. 4c

(Diagrama de Amagat)

**b/ Ley de Gay-Lussac (1802):** “el coeficiente relativo de incremento de presión (a volumen cte.) para una misma variación de temperatura es independiente de la naturaleza del gas, en el límite de presión infinitamente baja” (ver Fig. 4b):

- tenemos:  $\forall g; \lim_{P_1 \rightarrow 0} \left( \frac{P_2 - P_1}{P_1} \right)_g = \phi(T_2 - T_1) \Leftrightarrow \lim_{P_1 \rightarrow 0} \left( \frac{P_2}{P_1} \right)_g = \psi(T_2 - T_1)$  (5.5)

- si:  $\begin{cases} 1 = \text{equilibrio térmico con el agua en su pto. triple: } P_1 = P_{PT} \text{ y } T_1 = T_{PT} \\ 2 = \text{estado cualquiera: } P_2 = P \text{ y } T_1 = T \end{cases}$

- (5.5) queda:  $\forall g; \lim_{P_{PT} \rightarrow 0} \left( \frac{P}{P_{PT}} \right)_g = \psi(T - T_{PT})$  (5.6)

- (2.14) y (5.6):  $\forall g; T = \lim_{P_{PT} \rightarrow 0} T = \lim_{P_{PT} \rightarrow 0} 273,16 \cdot \left( \frac{P}{P_{PT}} \right)_g = 273,16 [K] \cdot \psi(T - T_{PT})$  (5.7)

- por lo que:  $T$  es una función universal (vale para  $\forall g$ )  $\Rightarrow T$  es temperatura absoluta ( $\equiv GI$ )

- (5.1) y (5.7):  $\lim_{P_{PT} \rightarrow 0} \frac{P \cdot v}{T} = \lim_{P_{PT} \rightarrow 0} \frac{P_{PT} \cdot v}{273,16 [K]} = \frac{C_g(273,16 [K])}{273,16 [K]} = R_g \Rightarrow R_g = \text{cte. distinta para cada gas}$  (5.8)

- de (5.8): si  $P = \text{cte} \Rightarrow v = D_g(P) \cdot T \rightarrow$  relación lineal (ver Fig. 4b) (5.9)

$\Rightarrow \left. \frac{\partial v}{\partial T} \right|_P = D_g(P) = \frac{v}{T} \rightarrow D_g(P) = \text{función distinta para cada gas}$  (5.10)

**c/ Ley de Avogadro (1811):** “para una misma presión, volumen y temperatura, el número de moles de cualquier gas es el mismo, en el límite de presión nula”:

Si en depósitos de igual volumen y temperatura, tenemos varios gases “ $g$ ” con masas  $m_g$  (todas decrecientes), tales que la presión  $P$  sea en todos la misma (y decreciente):

- (5.8):  $\forall g$  (para todos los gases) y sabiendo que:  $m_g [kg] = n [mol] \cdot M_g [kg/mol]$

$\lim_{P \rightarrow 0} \frac{P \cdot V}{m_g \cdot T} = R_g \Rightarrow \lim_{P \rightarrow 0} \frac{P \cdot V}{T} = m_g \cdot R_g = n \cdot M_g \cdot R_g = n \cdot R$  (5.11)

- y como: para un GI, a temperatura 273,15 [K] y presión 1 [atm] (= 101.325 [Pa]): según Avogadro, el volumen que ocupa 1 [mol] es 22,41399484 [l]

- ec.(5.11):  $R = \lim_{P \rightarrow 0} \frac{P \cdot V}{n \cdot T} = \lim_{P \rightarrow 0} \frac{101325 \cdot 22,41399484 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 273,15} = 8,314472 = \text{cte} \Rightarrow R$  vale igual  $\forall g$

$R = M_g \cdot R_g = 8,314472 \left[ \frac{J}{mol \cdot K} \right] = 0,08205746 \left[ \frac{atm \cdot l}{mol \cdot K} \right]$  (5.12)

$\Rightarrow R \left[ \frac{J}{mol \cdot K} \right]$  es una cte. universal (ya que vale igual para todos los gases)

$\Rightarrow R_g \left[ \frac{J}{kg \cdot K} \right]$  no es una cte. universal (ya que no vale igual para todos los gases)

■ **DIAGRAMA DE AMAGAT:** (ver Fig. 4c)

la ec.(5.11) y por tanto el valor de  $R$  también puede deducirse empíricamente a partir de datos tomados para gases reales. Como estos se comportan como ideales a presiones bajas y temperaturas moderadas, pueden representarse valores de  $\frac{P \cdot v}{T}$  a presiones finitas para 1 mol de gas, en función de  $P$  y extrapolarlos para el límite de presión nula  $P \rightarrow 0$ : las curvas isotermas, cuando  $P \rightarrow 0$  convergen a un pto. fijo (el mismo para todos los gases) y que vale:  $8,314472 \left[ \frac{J}{mol \cdot K} \right]$

### 5.1.1.2 Ec. estado térmica de GI

Partimos de (2.15c):  $v = v(T, P): \Rightarrow dv = \left. \frac{\partial v}{\partial T} \right|_P \cdot dT + \left. \frac{\partial v}{\partial P} \right|_T \cdot dP$

- superíndice \* : identifica comportamiento como G.I. (lo usaremos sobre todo para prop. específicas)

- Ley de Gay-Lussac:  $\left. \frac{\partial v}{\partial T} \right|_P = \frac{v^*}{T}$

- Ley de Boyle:  $\left. \frac{\partial v}{\partial P} \right|_T = -\frac{v^*}{P}$

- por lo que:  $dv = \frac{v^*}{T} \cdot dT - \frac{v^*}{P} \cdot dP \Rightarrow \frac{dv}{v^*} = \frac{dT}{T} - \frac{dP}{P} \Rightarrow d\left(\ln \frac{P \cdot v^*}{T}\right) = 0 \Rightarrow \frac{P \cdot v^*}{T} = cte$

a/ en términos molares  $\rightarrow v^* \left[ \frac{m^3}{mol} \right] \Rightarrow P \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad [J] \Rightarrow P \cdot v^* = R \cdot T \quad \left[ \frac{J}{mol} \right] \quad (5.13)$

$\rightarrow R = 8,314472 \quad \left[ \frac{J}{mol \cdot K} \right] \rightarrow$  Cte. universal (todos los gases)

b/ en términos máscicos  $\rightarrow v^* \left[ \frac{m^3}{kg} \right] \Rightarrow P \cdot V = m \cdot R_g \cdot T \quad [J] \Rightarrow P \cdot v^* = R_g \cdot T \quad \left[ \frac{J}{kg} \right] \quad (5.14)$

y como: densidad  $\rightarrow \rho = \frac{1}{v} \left[ \frac{kg}{m^3} \right] \Rightarrow \frac{P}{\rho^*} = R_g \cdot T \quad \left[ \frac{J}{kg} \right] \quad (5.15)$

peso molar del gas:  $\rightarrow M_g \left[ \frac{kg}{mol} \right] \rightarrow R_g = \frac{R}{M_g} \quad \left[ \frac{J}{kg \cdot K} \right] \rightarrow$  Cte. de cada gas  $(5.16)$

siendo  $\rightarrow n = \frac{m}{M_g} \quad (5.17)$

**Conclusión:**  $\rightarrow Prop. \text{especif. máscica} \left[ \frac{?}{kg} \right] = \frac{Prop. \text{especif. molar} \left[ \frac{?}{mol} \right]}{M_g \left[ \frac{kg}{mol} \right]} \quad (5.18)$

### ■ EC. ESTADO TÉRMICA DEL GAS DE VAN DER WAALS (VdW): (ver Apdo. 9.2.1)

Corrige las dos hipótesis de los gases ideales:

1º/ si existen fuerzas de atracción entre moléculas  $\Rightarrow$  se introduce una corrección en la presión

2º/ el volumen de las moléculas no es despreciable  $\Rightarrow$  introduce una corrección en el vol. específico

Ec. Estado Térmica:  $\left( P + \frac{a}{v^2} \right) \cdot (v - b) = R \cdot T \quad \left[ \frac{J}{mol} \right] \quad (5.19)$

$P [Pa]$   $\rightarrow$  presión del fluido

$v \left[ \frac{m^3}{mol} \right]$   $\rightarrow$  volumen/mol

$T [K]$   $\rightarrow$  temperatura

$a \left[ \frac{Pa \cdot m^6}{mol^2} \right]$   $\rightarrow$  cte. proporcionalidad característica del gas

$b \left[ \frac{m^3}{mol} \right]$   $\rightarrow$  cte. proporcionalidad característica del gas = covolumen

### 5.1.1.3 Coef. Térmicos de GI

(5.13):  $P \cdot v^* = R \cdot T \rightarrow v^* = \frac{R \cdot T}{P} \left\{ \begin{array}{l} (2.16): \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P = \frac{R}{P} = \frac{v^*}{T} \rightarrow \alpha = \frac{1}{T} \quad [K^{-1}] \quad (5.20) \\ (2.17): \left( \frac{\partial v}{\partial P} \right)_T = \frac{-R \cdot T}{P^2} = -\frac{v^*}{P} \rightarrow \kappa = \frac{1}{P} \quad [Pa^{-1}] \quad (5.21) \\ (2.20): \beta = \frac{\alpha}{P \cdot \kappa} \rightarrow \beta = \frac{1}{T} \quad [K^{-1}] \quad (5.22) \end{array} \right.$

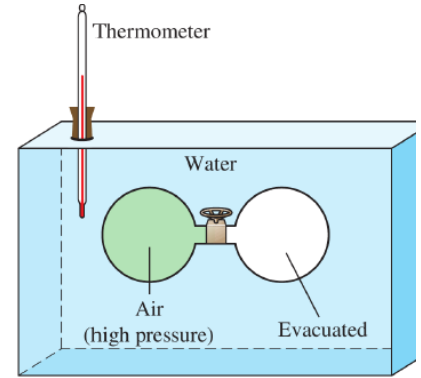
### 5.1.1.4 Experimento de Joule-Kelvin (Leyes de Joule y Mayer de un G.I.)

■ **EFFECTO JOULE:**

Consiste en medir el efecto producido tras una expansión libre, contra el vacío  $\rightarrow P_e = 0$

Al abrir la llave y alcanzarse el equilibrio, se observa:

- $P_e = 0 \quad (3.5) \Rightarrow W = 0$
  - no hay variación de  $T \Rightarrow Q = 0$
  - $P$  y  $V$  cambian pero,  $T$  no cambia
- $$\left. \begin{array}{l} (3.24) \Rightarrow \Delta U = 0 \end{array} \right\} (5.23)$$
- $$\Rightarrow U = U(T) \quad (5.24)$$



$$\left. \begin{array}{l} dU = \left. \frac{\partial U}{\partial T} \right|_V \cdot dT + \left. \frac{\partial U}{\partial V} \right|_T \cdot dV \\ dU = 0 ; dT = 0 ; dV \neq 0 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \frac{\partial U}{\partial V} \Big|_T = 0 \\ U = U(T) \end{array} \right\} (5.25)$$

$$\left. \begin{array}{l} dU = \left. \frac{\partial U}{\partial T} \right|_P \cdot dT + \left. \frac{\partial U}{\partial P} \right|_T \cdot dP \\ dU = 0 ; dT = 0 ; dP \neq 0 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \frac{\partial U}{\partial P} \Big|_T = 0 \\ U = U(T) \end{array} \right\} (5.25)$$

- se llama G.I. a toda sustancia que cumple las siguientes condiciones  $\left\{ \begin{array}{l} P \cdot V = n \cdot R \cdot T \\ U = U(T) \end{array} \right.$

■ **LEY DE MAYER:**

- (3.28):  $dh = du + d(P \cdot v) \stackrel{(5.13)}{=} du + R \cdot dT$
  - (3.33):  $du = c_v^*(T) \cdot dT$
  - (3.34):  $dh = c_p^*(T) \cdot dT$
- $$\left. \begin{array}{l} (3.28) \\ (3.33) \\ (3.34) \end{array} \right\} c_p^*(T) = c_v^*(T) + R \quad (5.26)$$

**Interpretación:**

- a,  $V = cte$ : no hay trabajo de expansión  $\Rightarrow$  toda la energía recibida en forma de calor se emplea en elevar la  $T$  del sistema.
- a,  $P = cte$ :  $V = variable \Rightarrow$  hay trabajo de expansión  $\Rightarrow$  parte de la energía calorífica recibida se utiliza en realizar un trabajo de expansión y sólo parte de la energía calorífica recibida se emplea en elevar la  $T$  del sistema.
- para elevar  $dT$  la temperatura del sistema hace falta más calor si el proceso es a  $P = cte \Rightarrow \delta Q_P > \delta Q_V$
- (3.21b y c):  $dT = \frac{\delta Q_P}{c_p^*} = \frac{\delta Q_V}{c_v^*} \Rightarrow C_p^*(T) > C_v^*(T) \Rightarrow c_p^*(T) > c_v^*(T) \quad (5.27)$

### 5.1.2 Ec. estado calórica de GI

#### 5.1.2.1 Ec. estado calórica de GI

Los G.I. cumplen:  $\ell_\theta^* = \lambda_\theta^* = 0$  (ver Leyes de Joule y Mayer de un G.I. y **Demo**), por lo que:

dependencia no parcial, sino total

- (3.33):  $u^* = u^*(T)$  ; y no:  $u^* = u^*(T, v)$   $\Rightarrow c_v^* = \left. \frac{\partial u^*}{\partial T} \right|_v \stackrel{\downarrow}{=} \frac{du^*}{dT} = c_v^*(T)$  (5.28)

- (3.34):  $h^* = h^*(T)$  ; y no:  $h^* = h^*(T, P)$   $\Rightarrow c_p^* = \left. \frac{\partial h^*}{\partial T} \right|_P = \frac{dh^*}{dT} = c_p^*(T)$  (5.29)

Además, para un G.I. (ver Tema-5): (5.43a)  $\rightarrow (\ell_\theta)_{GI} = \left. \frac{\partial u^*}{\partial v^*} \right|_{T,GI} = \left( T \cdot \left. \frac{\partial P}{\partial T} \right|_v - P \right)_{GI} = 0$

(5.40)  $\rightarrow (\lambda_\theta)_{GI} = \left. \frac{\partial h^*}{\partial P} \right|_{T,GI} = \left( v^* - T \cdot \left. \frac{\partial v^*}{\partial T} \right|_P \right)_{GI} = 0$

Las consecuencias inmediatas de las ec. anteriores, particularizadas para un gas ideal, son:

$\ell_\theta = 0 \Rightarrow u^* = u^*(T)$   $\left[ \frac{J}{mol} \right]$  (5.30)

$\lambda_\theta = 0$  ; o bien:  $h^* = u^* + P \cdot v^* = u^*(T) + R \cdot T \Rightarrow h^* = h^*(T)$   $\left[ \frac{J}{mol} \right]$  (5.31)

$\ell_\theta^* = 0 \Rightarrow c_v^* = c_v^*(T) = \frac{du^*}{dT}$   $\left[ \frac{J}{mol \cdot K} \right]$  (5.32)

$\lambda_\theta^* = 0 \Rightarrow c_p^* = c_p^*(T) = \frac{dh^*}{dT}$   $\left[ \frac{J}{mol \cdot K} \right]$  (5.33)

Relación de Mayer para G.I. (5.26)  $\Rightarrow c_p^* - c_v^* = R$   $\left[ \frac{J}{mol \cdot K} \right]$  (5.34)

Exponente adiabático (por definición), ver: (3.28e)  $\Rightarrow \gamma^* = \frac{c_p^*}{c_v^*} (\geq 1)$   $[-]$  (5.35)

Coef. caloríficos (5.34) y (5.35):  $\Rightarrow c_v^* = \frac{1}{\gamma-1} \cdot R$   $c_p^* = \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot R$   $\left[ \frac{J}{mol \cdot K} \right]$  (5.36)

**Nota:**  $\gamma \cong 7/5 \rightarrow$  para gases biatómicos (ej.: aire)  
 $\gamma \cong 5/3 \rightarrow$  para gases monoatómicos

■ Ec. Estado Calórica de un G.I.:

(5.28) si suponemos GI como caloríf. perfecto  $\Rightarrow c_v^* = cte$

$\Delta U^* = n \cdot \Delta u^* \stackrel{(5.28)}{=} n \cdot \int_1^2 c_v^*(T) \cdot dT \rightarrow \Delta U^* = n \cdot \Delta u^* = n \cdot c_v^*(T_2 - T_1) \rightarrow u_2^* - u_1^* = c_v^* \cdot (T_2 - T_1)$   $\left[ \frac{J}{mol} \right]$  (5.37)

$\Delta H^* = n \cdot \Delta h^* \stackrel{(5.29)}{=} n \cdot \int_1^2 c_p^*(T) \cdot dT \rightarrow \Delta H^* = n \cdot \Delta h^* = n \cdot c_p^*(T_2 - T_1) \rightarrow h_2^* - h_1^* = c_p^* \cdot (T_2 - T_1)$   $\left[ \frac{J}{mol} \right]$  (5.38)

(5.29) si suponemos GI como caloríf. perfecto  $\Rightarrow c_p^* = cte$

**Nota:** • tomando como ref.:  $T_{ref} = T_0$ , para:  $u_0^* = 0 \Rightarrow u^*(T) = c_v^* \cdot (T - T_0)$   $\left[ \frac{J}{mol} \right]$

• tomando como ref.:  $T_{ref} = T_0$ , para:  $h_0^* = 0 \Rightarrow h^*(T) = c_p^* \cdot (T - T_0)$   $\left[ \frac{J}{mol} \right]$

• se suele tomar:  $T_{ref} = T_0 = 0 [K]$ :  $u_0^* = 0 \Rightarrow u^*(T) = c_v^* \cdot T$   $\left[ \frac{J}{mol} \right]$  (5.39)

• se suele tomar:  $T_{ref} = T_0 = 0 [K]$ :  $h_0^* = 0 \Rightarrow h^*(T) = c_p^* \cdot T$   $\left[ \frac{J}{mol} \right]$  (5.40)

• nos pueden dar:  $T_{ref} \neq 0 [K]$  para un cierto valor de:  $u_{ref}^* \neq 0$

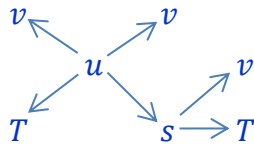
• o bien: una:  $T_{ref,u}$  para:  $u_{ref}^* = 0$  } **¡OJO!**: en este caso ambas  $T_{ref}$   
 y otra:  $T_{ref,h}$  para:  $h_{ref}^* = 0$  } deberán ser coherentes, ya que:

• Idem para un gas real (no GI) (3.28)  $\rightarrow h = u + P \cdot v$

**Demo:** los G.I. cumplen:  $\ell_\theta^* = \lambda_\theta^* = 0$

$\ell_\theta = \left. \frac{\partial u}{\partial v} \right|_T = 0$

Deseo Tengo



(5.13) G.I.:  $P = \frac{R \cdot T}{v^*}$

derivando por el lado conocido:  $\left. \frac{\partial u}{\partial v} \right|_T = \left. \frac{\partial u}{\partial v} \right|_s + \left. \frac{\partial u}{\partial s} \right|_v \cdot \left. \frac{\partial s}{\partial v} \right|_T$

(6.5)  $du = T \cdot ds - P \cdot dv$

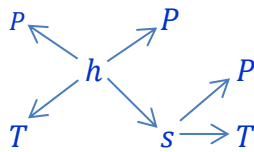
(6.22)  $da = -s \cdot dT - P \cdot dv \Rightarrow$  (E.2) Schwarz:  $\left. \frac{\partial s}{\partial v} \right|_T = \left. \frac{\partial P}{\partial T} \right|_v$

$\left. \frac{\partial u}{\partial v} \right|_T = -P + T \cdot \left. \frac{\partial P}{\partial T} \right|_v$

$\rightarrow \left. \frac{\partial P}{\partial T} \right|_v = \frac{R}{v^*} \Rightarrow \ell_\theta^* = \left. \frac{\partial u^*}{\partial v^*} \right|_T = -P + T \cdot \frac{R}{v^*} = -P + P = 0$

$\lambda_\theta = \left. \frac{\partial h}{\partial P} \right|_T = 0$

Deseo Tengo



(5.13) G.I.:  $v^* = \frac{R \cdot T}{P}$

derivando por el lado conocido:  $\left. \frac{\partial h}{\partial P} \right|_T = \left. \frac{\partial h}{\partial P} \right|_s + \left. \frac{\partial h}{\partial s} \right|_P \cdot \left. \frac{\partial s}{\partial P} \right|_T$

(6.18)  $dh = T \cdot ds + v \cdot dP$

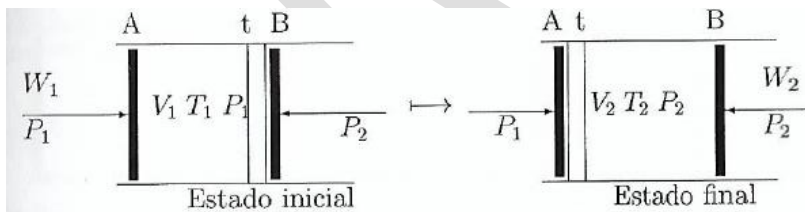
(6.27)  $dg = -s \cdot dT + v \cdot dP \Rightarrow$  (E.2) Schwarz:  $\left. \frac{\partial s}{\partial P} \right|_T = -\left. \frac{\partial v}{\partial T} \right|_P$

$\left. \frac{\partial h}{\partial P} \right|_T = v - T \cdot \left. \frac{\partial v}{\partial T} \right|_P$

$\rightarrow \left. \frac{\partial v^*}{\partial T} \right|_P = \frac{R}{P} \Rightarrow \lambda_\theta^* = \left. \frac{\partial h^*}{\partial P} \right|_T = v^* - T \cdot \frac{R}{P} = v^* - v^* = 0$

**5.1.2.2 Ec. calórica en el límite de presión nula (efecto Joule Thomson)**

- Joule intentó comprobar la hipótesis de que la derivada de la energía interna tendía a cero en el límite de presión nula, para ello intentó realizar una expansión adiabática contra el vacío (expansión de Joule) pero, no obtuvo conclusiones válidas debido a que la capacidad calorífica de las partes sólidas del aparato utilizado eran mucho mayores que la del gas, lo cual resta precisión a los resultados.
- Thomson sugirió hacer pasar un gas a presión alta a través de un tabique poroso, en un cilindro adiabático:



El gas entre ambos émbolos es un sistema cerrado, que pasa lentamente a través del tabique poroso, desarrollando un proceso cuasiestático irreversible y adiabático.

- Cualidades: - al tener el conjunto una capacidad calorífica muy inferior a la anterior  $\Rightarrow$  precisión  $\uparrow \uparrow$
- es sencillo de repetir ensayos a  $P$  decrecientes

- Resultados: -  $P_2 < P_1 \rightarrow$  debido a la pérdida de carga a través del tabique
- $T_2 \neq T_1 \rightarrow$  siendo el conjunto adiabático

- Desarrollo: - (3.24):  $U_2 - U_1 = Q - (W_1 + W_2) = -(W_1 + W_2)^{AD} \stackrel{(3.5)}{=} - \left( \int_{V_1}^0 P_1 \cdot dV + \int_0^{V_2} P_2 \cdot dV \right)$
- con,  $P_1 = cte$  y  $P_2 = cte$ :  $U_2 - U_1 = P_1 \cdot V_1 - P_2 \cdot V_2 \Rightarrow U_1 + P_1 \cdot V_1 = U_2 + P_2 \cdot V_2$

- Conclusión: - (3.28):  $H_1 = H_2 \rightarrow$  proceso isoentálpico (5.41)

Permutación circular (3.37) (3.40)

**Desarrollo:** - (3.40):  $\mu_{JT} = \left. \frac{\partial T}{\partial P} \right|_h \stackrel{\downarrow}{=} - \left. \frac{\partial h}{\partial P} \right|_T \stackrel{\downarrow}{=} - \frac{\left. \frac{\partial h}{\partial P} \right|_T}{c_p} \stackrel{\downarrow}{=} \lim_{P_2 \rightarrow P_1} \frac{T_2 - T_1}{P_2 - P_1} \rightarrow$  que permite medir  $\mu_{JT}$

- con  $\mu_{JT}$  se calcula:  $\left. \frac{\partial h}{\partial P} \right|_T = -\mu_{JT} \cdot c_p$

- cuyo valor límite experimental resulta ser:  $\lim_{P \rightarrow 0} \left. \frac{\partial h}{\partial P} \right|_T = a(T) \neq 0$

(valor finito no nulo que depende de  $T$ )

- con ello podemos calcular  $\left. \frac{\partial u}{\partial v} \right|_T$ , obteniéndose:  $\lim_{P \rightarrow 0} \left. \frac{\partial u}{\partial v} \right|_T \stackrel{\uparrow}{=} \lim_{P \rightarrow 0} \left( \frac{\left. \frac{\partial h}{\partial P} \right|_T^{-v}}{-\kappa \cdot v} - P \right) = 0$

Demo

**Demo:** (3.28):  $h = u + P \cdot v \rightarrow \left. \frac{\partial h}{\partial P} \right|_T = \left. \frac{\partial u}{\partial P} \right|_T + \left. \frac{\partial P}{\partial P} \right|_T \cdot v + P \cdot \left. \frac{\partial v}{\partial P} \right|_T = \left. \frac{\partial u}{\partial v} \right|_T \cdot \left. \frac{\partial v}{\partial P} \right|_T + v + P \cdot \left. \frac{\partial v}{\partial P} \right|_T$

(2.18):  $\left. \frac{\partial h}{\partial P} \right|_T = \left. \frac{\partial u}{\partial v} \right|_T \cdot (-\kappa \cdot v) + v + P \cdot (-\kappa \cdot v) = v - \left( \left. \frac{\partial u}{\partial v} \right|_T + P \right) \cdot \kappa \cdot v \Rightarrow \left. \frac{\partial u}{\partial v} \right|_T = \frac{\left. \frac{\partial h}{\partial P} \right|_T^{-v}}{-\kappa \cdot v} - P$

**Conclusión:** - comportamiento en el límite  $P \rightarrow 0$ : las Ecuaciones Calóricas de un fluido puro, son:

$\lim_{P \rightarrow 0} \left. \frac{\partial u}{\partial v} \right|_T = 0$       y       $\lim_{P \rightarrow 0} \left. \frac{\partial h}{\partial P} \right|_T \neq 0$       (5.42)

**Consecuencias:**  $\lim_{P \rightarrow 0} c_v = c_v(T)$       y       $\lim_{P \rightarrow 0} u = u(T)$        $\rightarrow$  comportamiento de G.I.      (5.43)

**Demo:** - calculando:  $\left. \frac{\partial(\lim_{P \rightarrow 0} \left. \frac{\partial u}{\partial v} \right|_T)}{\partial T} \right|_v \stackrel{\downarrow}{=} \frac{\partial(\lim_{P \rightarrow 0} \left. \frac{\partial u}{\partial T} \right|_v)}{\partial v} \stackrel{\downarrow}{=} 0 \stackrel{\downarrow}{=} \frac{\partial(\lim_{P \rightarrow 0} c_v)}{\partial v} \stackrel{\downarrow}{=} 0 \Rightarrow \lim_{P \rightarrow 0} c_v = c_v(T)$

- (3.35):  $d(\lim_{P \rightarrow 0} u) = c_v \cdot dT \rightarrow \lim_{P \rightarrow 0} u = \int_{T_0}^T c_v(T) \cdot dT = u(T) \Rightarrow \lim_{P \rightarrow 0} u = u(T)$

**Notas:**

- se ha tomado como origen de  $u_0 = 0 \rightarrow T_0$  y  $P_0 = 0$
- llamando  $c_v^*$  al valor límite de  $c_v(T) \Rightarrow$  queda identificado el modelo G.I. correspondiente al Gas Real de que se trate.
- aunque en el límite las ec. calóricas del G.I. y del G.R. coinciden, sus coef. calóricos (sus derivadas) no.

### 5.1.3 Ec. estado entrópica de GI

- Consideramos sistemas:
- homogéneos ( $\Rightarrow$  2 grados de libertad  $\Rightarrow$  2 variables de estado)
  - simples, con una única variable métrica, que sea el volumen ( $X_i \rightarrow V$ )

(5.32):  $du^* = c_v^*(T) \cdot dT$  /// (2.34a):  $P \cdot v^* = R \cdot T$

- partiendo de (6.2)  $\rightarrow ds^* = \frac{du^* + P \cdot dv^*}{T} \stackrel{\downarrow}{=} c_v^*(T) \cdot \frac{dT}{T} + R \cdot \frac{dv^*}{v^*} \quad \left[ \frac{J}{K} \right]$  (5.44)

- partiendo de (6.3)  $\rightarrow ds^* = \frac{dh^* - v^* \cdot dp}{T} \stackrel{\uparrow}{=} c_p^*(T) \cdot \frac{dT}{T} - R \cdot \frac{dp}{p} \quad \left[ \frac{J}{K} \right]$  (5.45)

(5.33):  $dh^* = c_p^*(T) \cdot dT$  /// (2.34a):  $P \cdot v^* = R \cdot T$

- integrando entre un estado inicial ① y un estado final ②:

$$\Delta s^* = \int_1^2 c_v^*(T) \cdot \frac{dT}{T} + R \cdot \ln \frac{v_2^*}{v_1^*} \quad \left[ \frac{J}{mol \cdot K} \right] \quad (5.46)$$

$$\Delta s^* = \int_1^2 c_p^*(T) \cdot \frac{dT}{T} - R \cdot \ln \frac{P_2}{P_1} \quad \left[ \frac{J}{mol \cdot K} \right] \quad (5.47)$$

- si se considera el G.I. como caloríficamente perfecto  $\Rightarrow \begin{cases} c_v^*(T) = c_v^* = cte \\ c_p^*(T) = c_p^* = cte \end{cases}$

$$\Delta s^* = c_v^* \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} + R \cdot \ln \frac{v_2^*}{v_1^*} \quad \left[ \frac{J}{mol \cdot K} \right] \quad (5.48)$$

$$\Delta s^* = c_p^* \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} - R \cdot \ln \frac{P_2}{P_1} \quad \left[ \frac{J}{mol \cdot K} \right] \quad (5.49)$$

- recordando:  $C_v^* = n \cdot c_v^* \quad C_p^* = n \cdot c_p^* \quad V_1^* = n \cdot v_1^* \quad V_2^* = n \cdot v_2^* \quad \Delta S^* = n \cdot \Delta s^*$   
 (\* no se suele poner en las propiedades extensivas pero, si en las específicas)

### 5.1.4 Procesos frecuentes de GI

Al ser el G.I. un modelo teórico, no tiene sentido interpretar de modo estricto expresiones como “se tiene un G.I. en un depósito”, lo que en realidad queremos decir es “se tiene en un depósito un gas, en condiciones tales que, para todas las variables que nos interesa considerar y dentro de unos márgenes de error que consideramos aceptables, podemos aproximar su comportamiento al del modelo de G.I.”

Sea un sistema simple, con una única variable métrica, que es el volumen ( $X_i \rightarrow V$ )

Recordando las ecuaciones de estado de G.I.:

(5.13):  $P \cdot V = n \cdot R \cdot T$  [J]

(5.37):  $\Delta U = \int_1^2 n \cdot c_v^*(T) \cdot dT$  [J]

(5.38):  $\Delta H = \int_1^2 n \cdot c_p^*(T) \cdot dT$  [J]

(5.46/47):  $\Delta S = \int_1^2 n \cdot c_v^*(T) \cdot \frac{dT}{T} + R \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} = \int_1^2 n \cdot c_p^*(T) \cdot \frac{dT}{T} - R \cdot \ln \frac{P_2}{P_1}$  [J/K]

(5.35):  $\gamma = \frac{c_p^*}{c_v^*}$  [-]

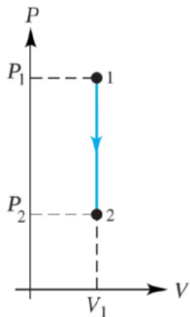
(5.34):  $c_p^* - c_v^* = R$  [ $\frac{J}{mol \cdot K}$ ]

(5.36):  $c_v^* = \frac{1}{\gamma-1} \cdot R$  ;  $c_p^* = \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot R$  [ $\frac{J}{mol \cdot K}$ ]

(3.16):  $W = W_v + W_{otros} \rightarrow$  supondremos:  $W_{otros} = 0$  [J]

Estas ecuaciones dependen únicamente de los estados del sistema y no del proceso, por lo que serán válidas en todos los procesos siguientes:

■ PROCESO ISÓCORO:



$V = cte \Rightarrow \frac{P}{T} = cte$  (5.50a)

(3.5):  $W_v = \int_{V_1}^{V_2} P_e \cdot dV \Rightarrow W = W_v = 0$  (5.50b)

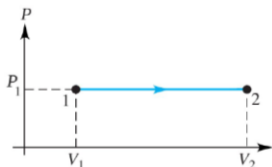
(3.24):  $Q = \Delta U + W = \Delta U \Rightarrow Q = \Delta U = \int_1^2 n \cdot c_v^*(T) \cdot dT$  (5.50c)

(3.28):  $\Delta H = \Delta U + \Delta(P \cdot V) \Rightarrow \Delta H = \Delta U + V \cdot \Delta P$  (5.50d)

(5.46):  $\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} n \cdot c_v^*(T) \cdot \frac{dT}{T}$  (5.50e)

**Nota:** si proceso cuasiestático, estas expresiones valdrán también en forma diferencial.

■ PROCESO ISÓBARO:



a/ cuasiestático  $\Rightarrow P = P_e = cte \Rightarrow \frac{V}{T} = cte$  (5.51a)

b/ no-estático  $\Rightarrow P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$  (5.51b)

En ambos casos (cuasiestático y no-estático):

(3.28):  $\Delta H = \Delta U + \Delta(P \cdot V) \Rightarrow \Delta H = \Delta U + P_1 \cdot \Delta V$  (5.51c)

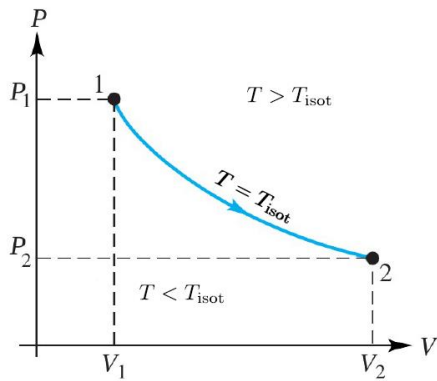
(5.47):  $\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} n \cdot c_p^*(T) \cdot \frac{dT}{T}$  (5.51d)

a/  $P = P_e = cte$ :  $W_v = P_e \cdot \Delta V \Rightarrow W = W_v = P_e \cdot \Delta V \rightarrow Q = \Delta U + W \Rightarrow Q = \Delta U + P_e \cdot \Delta V$  (5.51e)

b/  $P_1 = P_2$ :  $W_v = P_1 \cdot \Delta V \Rightarrow W = P_1 \cdot \Delta V \rightarrow Q = \Delta U + P_1 \cdot \Delta V \Rightarrow Q = \Delta H$  (5.51f)

**Nota:** en cualquier sistema cerrado que realice un proceso isóbaro con el entorno:  $Q = \Delta H$

■ PROCESO ISOTERMO:



a/ cuasiestático  $\Rightarrow T = cte \Rightarrow P \cdot V = cte$  (5.52a)

b/ no-estático  $\Rightarrow T_1 = T_2 \Rightarrow P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$  (5.52b)

En ambos casos (cuasiestático y no-estático):

(5.37) y (5.38):  $\Delta U = \Delta H = 0 \Rightarrow Q = W$  (5.52c)

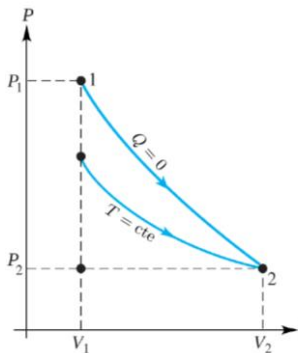
(5.46/47):  $\Delta S = n \cdot R \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} = -n \cdot R \cdot \ln \frac{P_2}{P_1}$  (5.52d)

• Proceso Isoterma Reversible: (cuasiestático, sin rozamiento)  $\Rightarrow P = P_e$

- (3.5):  $W = \int_{V_1}^{V_2} P_e \cdot dV = \int_{V_1}^{V_2} P \cdot dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{n \cdot R \cdot T}{V} \cdot dV = n \cdot R \cdot T \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow W = T \cdot \Delta S$

**Nota:** en cualquier otro caso se necesita conocer la variación de  $P_e$  con  $V$  durante el proceso

■ PROCESO ADIABÁTICO:



$Q = 0 \Rightarrow J_s = 0$  (5.53a)

En ambos casos (cuasiestático y no-estático):

(3.24):  $W = -\Delta U = -n \cdot \int_1^2 c_v^*(T) \cdot dT$  (5.53b)

- si:  $c_v^* = cte \Rightarrow W = -n \cdot c_v^* \cdot \Delta T = -\frac{n \cdot R \cdot \Delta T}{\gamma - 1} \Rightarrow W = -\frac{P_2 \cdot V_2 - P_1 \cdot V_1}{\gamma - 1}$  (5.53c)

(4.21):  $\Delta S = \sigma \geq 0$  (5.53d)

• Proceso isoentrópico (adiabático reversible) + G.I. +  $c_v^* = cte$

Se cumple:  $P \cdot V^\gamma = cte$  ;  $T \cdot V^{\gamma-1} = cte$  ;  $T \cdot P^{-\frac{\gamma-1}{\gamma}} = cte$  (5.53e)

**Demo:** Sea: - GI en proceso de expansión adiabática, cuasiestática,  $r = cte$ ,  $W_{otros} = 0$

$$\left. \begin{aligned} (3.24): dU &= n \cdot c_v^* \cdot dT = -\delta W = -P_e \cdot dV = -(P - r) \cdot dV \\ (5.13): P \cdot V &= n \cdot R \cdot T \Rightarrow dT = \frac{P \cdot dV + V \cdot dP}{n \cdot R} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow n \cdot c_v^* \cdot \frac{P \cdot dV + V \cdot dP}{n \cdot R} + (P - r) \cdot dV = 0 \Rightarrow \left( \frac{c_v^* \cdot P}{R} + P - r \right) \cdot dV + \frac{c_v^* \cdot V \cdot dP}{R} = 0$$

$$\Rightarrow \left( \frac{c_v^* + R}{R} \cdot P - r \right) \cdot dV + \frac{c_v^* \cdot V \cdot dP}{R} = 0 \Rightarrow \left( \frac{c_p^* \cdot P}{R} - r \right) \cdot dV + \frac{c_v^* \cdot V \cdot dP}{R} = 0$$

$$\Rightarrow \left( \gamma \cdot P - \frac{r \cdot R}{c_v^*} \right) \cdot dV + V \cdot dP = 0 \Rightarrow \left( \gamma \cdot P - \frac{\gamma \cdot r \cdot R}{c_p^*} \right) \cdot dV + V \cdot dP = 0$$

$$\Rightarrow \gamma \cdot \left( P - \frac{r \cdot R}{c_p^*} \right) \cdot dV + V \cdot dP = 0 \Rightarrow \frac{\gamma \cdot dV}{V} + \frac{dP}{P - \frac{r \cdot R}{c_p^*}} = 0$$

- si además:  $c_v^* = cte \Rightarrow c_p^* = cte$ ;  $\gamma = cte$

integrando  $\Rightarrow \gamma \cdot \ln V + \ln \left( P - \frac{r \cdot R}{c_p^*} \right) = cte \Rightarrow \left( P - \frac{r \cdot R}{c_p^*} \right) \cdot V^\gamma = cte$

- si además:  $r = 0 \Rightarrow$  proc. revers.  $\Rightarrow$  isoentrópico  $\Rightarrow P \cdot V^\gamma = cte$

(5.13):  $P \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow \frac{P \cdot V^\gamma}{V^{\gamma-1}} = n \cdot R \cdot T \Rightarrow T \cdot V^{\gamma-1} = \frac{P \cdot V^\gamma}{n \cdot R} \Rightarrow T \cdot V^{\gamma-1} = cte$

(5.13):  $P \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow P \cdot \left( \frac{cte}{P} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = n \cdot R \cdot T \Rightarrow T \cdot P^{-\frac{\gamma-1}{\gamma}} = cte$

## 5.2 SUSTANCIAS INCOMPRESIBLES (SI)

### 5.2.1 Ec. estado térmica de SI

■ **Sólidos y Líquidos Ideales:**

en muchas aplicaciones técnicas, suponer que el volumen específico de los sólidos y líquidos permanece cte. (sustancias incompresibles) no altera de forma apreciable las magnitudes fundamentales que rigen los procesos en que intervienen, por lo que resulta interesante desarrollar el estudio de los llamados sólidos y líquidos ideales (sustancias incompresibles)

■ **Ec. Estado Térmica de Sustancias Incompresibles (SI):**

Incompresible ( $\rho = cte$ )  $\Rightarrow v = \frac{1}{\rho} = cte$   $\left[\frac{m^3}{kg}\right]$  (5.54)

- por lo que:  $\rightarrow \left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T \cong 0$  (5.55)

- y (2.17):  $\kappa = \kappa_T = -\frac{1}{v} \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T \Rightarrow \kappa = \kappa_T = 0$   $[Pa^{-1}]$  (5.56)

### 5.2.2 Ec. estado calórica de SI

■ **Sólidos y Líquidos Caloríficamente Perfectos:**  $\Rightarrow c_p = cte$  y  $c_v = cte$   $\left[\frac{J}{mol.K}\right]$  (5.57)

la influencia de  $T$  en las capacidades térmicas específicas es considerable, por lo que sería necesario conocer  $c_p = c_p(T)$  y  $c_v = c_v(T)$ . A pesar de ello, en aquellas aplicaciones en las que las variaciones de  $T$  no son elevadas, se suelen tomar calores específicos ctes.:  $c_p = cte$  y  $c_v = cte$ . y se denominan “sólidos y líquidos caloríficamente perfectos”.

■ **Ec. Estado Calórica de una S.I.:** se demostrará que  $\Rightarrow c_p \approx c_v = c$   $\left[\frac{J}{mol.K}\right]$  (5.58)

por lo que tratando a estas sustancias como un sistema simple (con una única variable métrica que sea el volumen:  $X_i = V$ ), se tendrá:

a/  $u = u(T, v)$

- (3.33) y (5.54) con  $dv = 0$   $\rightarrow du = \left(\frac{\delta u}{\delta T}\right)_v \cdot dT = c_v \cdot dT = c \cdot dT$

-  $\int_1^2 du = \int_1^2 c \cdot dT$   $\Rightarrow u_2 - u_1 = c \cdot (T_2 - T_1)$   $\left[\frac{J}{mol}\right]$  (5.59)

-  $\Delta U = n \cdot \Delta u = n \cdot \int_1^2 c \cdot dT$   $\Rightarrow \Delta U = n \cdot c \cdot \Delta T = C \cdot \Delta T$   $[J]$  (5.60)

b/  $h = h(T, P)$

- (3.34) y (3.28) con  $dv = 0$   $\rightarrow dh = du + v \cdot dP = c_v \cdot dT + v \cdot dP = c \cdot dT + \frac{dP}{\rho}$

-  $\int_1^2 dh = \int_1^2 \left(c \cdot dT + \frac{dP}{\rho}\right)$   $\Rightarrow h_2 - h_1 = c \cdot (T_2 - T_1) + \frac{P_2 - P_1}{\rho}$   $\left[\frac{J}{kg}\right]$  (5.61)

-  $\Delta H = n \cdot \Delta h = n \cdot \int_1^2 \left(c \cdot dT + \frac{dP}{\rho}\right)$   $\Rightarrow \Delta H = n \cdot \left[c \cdot \Delta T + \frac{\Delta P}{\rho}\right]$   $[J]$  (5.62)

■ **Capacidad Calorífica:** - se denomina así a  $\rightarrow C = n \cdot c$   $\left[\frac{J}{K}\right]$  (5.63)

- en el caso de sustancias incompresibles se suele usar este concepto

### 5.2.3 Ec. estado entrópica de SI

- recordando: ec. Estado Térmica (5.54):  $v = \frac{1}{\rho} = cte \Rightarrow dv = 0$

(incompresible) 0  $\leftarrow$  (3.48a):  $du = c(T) \cdot dT$

- partiendo de (6.2):

$$ds = \frac{du + P \cdot dv}{T} = \frac{du}{T} = c(T) \cdot \frac{dT}{T}$$

- integrando entre un estado inicial ① y un estado final ②:

$$\Delta s = \int_1^2 c(T) \cdot \frac{dT}{T} \quad \left[ \frac{J}{mol \cdot K} \right] \quad (5.64)$$

- si se considera sustancia caloríficamente perfecta  $\Rightarrow c(T) = c = cte$ :

$$\Delta s = c \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} \quad \left[ \frac{J}{mol \cdot K} \right] \quad (5.65)$$

- multiplicando por "n" moles, se obtiene ( $C = n \cdot c$ )  $\Rightarrow$

$$\Delta S = n \cdot c \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} = C \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} \quad \left[ \frac{J}{K} \right] \quad (5.66)$$

#### ■ Sólido Rígido, Adiabático (caso particular):

- 1º Ppio. (3.24):  $\Delta U_{SRA} = Q - W \Rightarrow \Delta U_{SRA} = 0$  [J] (5.67)

$\swarrow$  0 (adiabático)  $\searrow$  0 ( $V = cte \Rightarrow W_v = 0$ )

- (5.59):  $\Delta U_{SRA} = n \cdot c \cdot \Delta T_{SRA} \Rightarrow \Delta T_{SRA} = 0 \Rightarrow T_1 = T_2 = T = cte$  [K] (5.68)

- (5.66):  $\Delta S_{SRA} = n \cdot c \cdot \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right) \Rightarrow \Delta S_{SRA} = 0$   $\left[ \frac{J}{K} \right]$  (5.69)

- (4.21):  $\Delta S_{SRA} = \frac{Q_{SRA}^{ext}}{T_{SRA}} + \sigma_{SRA} \Rightarrow \sigma_{SRA} = 0$   $\left[ \frac{J}{K} \right]$  (5.70)

$\swarrow$  0 (adiabático)

### 5.3 FOCOS TÉRMICOS (F)

5.3.1 Ec. estado térmica de Focos (idem Apto. 5.2.1: ya que  $V = cte \Rightarrow S.I.$ )

5.3.2 Ec. estado calórica de Focos (idem Apto. 5.2.2: ya que  $V = cte \Rightarrow S.I.$ )

### 5.3.3 Ec. estado entrópica de Focos

Según definición de foco:   
 • intercambia calor  $\rightarrow Q_F$    
 • con  $\rightarrow T_F = cte$  y  $\sigma_F = 0$

- 2º Principio: (4.21):  $\Delta S_F = \int_1^2 \frac{\delta Q_F}{T_F} + \sigma_F \Rightarrow \Delta S_F = \frac{Q_F}{T_F} = -\frac{Q_{sist}}{T_F} \left[ \frac{J}{K} \right]$  (5.71)

$T_F = cte$      $\sigma_F = 0$

$\rightarrow$  visto desde el sistema  
 $\rightarrow$  visto desde el foco

## 5.4 PROCESOS POLITRÓPICOS

- el proceso cumple: **es cuasiestático (siempre)**

$$\boxed{P \cdot V^k = cte} \Rightarrow \boxed{P \cdot V^k = P_i \cdot V_i^k = P_f \cdot V_f^k} \rightarrow k = \text{índice politrópico} \quad (5.72)$$

reversible (3.12)      (5.72)

- si además es reversible:  $W = \int_1^2 P_e \cdot dV \stackrel{\downarrow}{=} \int_1^2 P \cdot dV \stackrel{\downarrow}{=} \int_1^2 \frac{P_1 \cdot V_1^k}{V^k} \cdot dV = P_1 \cdot V_1^k \cdot \int_1^2 \frac{1}{V^k} \cdot dV$

$$W = \frac{P_1 \cdot V_1^k}{1-k} \cdot (V_2^{1-k} - V_1^{1-k}) = \frac{P_1 \cdot V_1}{1-k} \cdot \left[ \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{k-1} - 1 \right]$$

(válido excepto si:  $k = 1$ )

### Casos particulares:

- $k = 0 \Rightarrow P = cte$  (proceso cuasiestático isóbaro)
- $k \rightarrow \infty \Rightarrow V \rightarrow cte$  (proceso cuasiestático isócoro)
- $k = 1 \Rightarrow P \cdot V = cte$  (G.I. y proceso cuasiestático isoterma)
- $k = \gamma \Rightarrow P \cdot V^\gamma = cte$  (G.I. con  $c_v = cte$  y en proceso isoentrópico = adiabático y reversible)

### Notas:

- en el caso de un sistema simple formado por un G.I. de  $c_v = cte$  que realiza un proceso:
  - a/ adiabático sin rozamiento (isoentrópico)  $\rightarrow$  es un caso particular de proceso politrópico con:  $k = \gamma$
  - b/ adiabático con rozamiento  $\rightarrow$  no cumple la condición (5.72)