

Matemáticas I (GIO) - Examen global enero	19 de enero de 2023	
Nombre: _____	Núm. de Matrícula:	CALIF.
1 ^{er} Apellido: _____	<input type="text"/>	
2 ^o Apellido: _____	<input type="text"/>	

EJERCICIO 3 (4 puntos):

CUESTIONES (Escríbanse solo los resultados en los espacios habilitados)

1. Sean los polinomios $P(x) = x + 3$, $Q(x) = x^2 + 1$. Hallar todos los valores del parámetro real a para que los polinomios $P(x - a)$, $Q(x + a)$, $Q(x - a)$ sean linealmente independientes en $\mathbb{R}_2[x]$.

Respuesta:

$$a \in \mathbb{R} - \{0, 3\}$$

(0,5 puntos)

2. En $\mathbb{R}^{2 \times 2}$, se considera el subespacio M de las matrices de traza nula. Escribese una base de M .

Respuesta:

$$\left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right)$$

(0,5 puntos)

3. Hallar los valores del parámetro β que hacen compatible el sistema lineal

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & \beta & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

Respuesta:

$$\beta = 4$$

(0,5 puntos)

PROBLEMA (Deben razonarse todos los resultados o no se considerarán válidos)

Se consideran las igualdades

$$f(1, -1, 0, 1) = (1, 1, 0); \quad f(1, 0, 1, 1) = (1, 0, 2);$$

$$f(2, 1, a, a) = (1, 2, -2); \quad f(0, 0, 0, 1) = (0, 1, -2).$$

1. Encontrar todos los valores del parámetro a para los que las expresiones anteriores determinan una aplicación lineal $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$. (0,5 puntos)

Se considera ahora el caso $a = 0$:

2. Construir unas ecuaciones implícitas de $\text{Im } f$ y una base de $\ker f$. (1 punto)
3. Sea el subespacio $H = L[(1, 1, 0)]$. Razonar si el conjunto $f^{-1}(H) := \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 : f(\mathbf{x}) \in H\}$ es o no subespacio de \mathbb{R}^4 . En caso afirmativo, proporcionar una base del mismo y, en caso contrario, describir explícitamente sus vectores. (1 punto)

Respuesta: (Puede entregarse una hoja adicional)