

- **Rama.** Parte del circuito (con uno o varios elementos) comprendido entre dos nudos extremos consecutivos. Así, en el circuito de la Fig. 1.1 hay 10 ramas (nos 1 a 10).
- **Lazo.** Es un conjunto de ramas que forma una línea cerrada, sin pasar más de una vez por un mismo nudo. Así, en la Fig. 1.1 son lazos, por ejemplo, ABEDCA, DEFCAD, BEDB.
- **Circuito plano.** Es aquél que se puede dibujar en un plano sin que se corten las ramas, excepto, claro es, en los nudos. Por ejemplo, el circuito de la Fig. 1.1 es plano, y el circuito de la Fig. 1.2(a) es espacial, aunque puede convertirse fácilmente en plano, según Fig. 1.2(b).
- **Malla.** Se define sólo para circuitos planos, y es un lazo que no contiene ningún otro en su interior, es decir, son los "huecos" que se ven en el circuito. Así, en la Fig. 1.1 hay 5 mallas (letras @ a @), y 3 mallas en la Fig. 1.2(b).

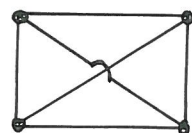


Fig. 1.2(a)

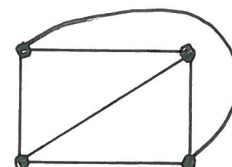
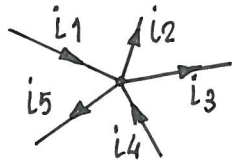


Fig. 1.2(b)

1.5 LEMAS DE KIRCHHOFF

- **Primer Lema de Kirchhoff.** Este lema, aplicable a nudos, es consecuencia de la conservación de la carga eléctrica.



Así, la carga eléctrica total que entra al nudo indicado, en un tiempo "dt", tiene que ser igual a la carga que sale:

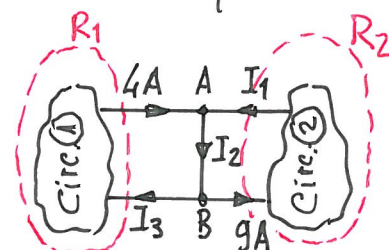
$$i_1 \cdot dt + i_4 \cdot dt = i_2 \cdot dt + i_3 \cdot dt + i_5 \cdot dt \Rightarrow i_1 + i_4 = i_2 + i_3 + i_5$$

$$\Rightarrow i_1 - i_2 - i_3 + i_4 - i_5 = 0 \Rightarrow \boxed{\sum i = 0}$$

⊕ si i entra al nudo
 ⊖ si i sale del nudo

Este lema, aplicable a nudos, se puede generalizar a regiones (nudos "gordos"), o líneas de corte cuando el circuito queda dividido en dos partes.

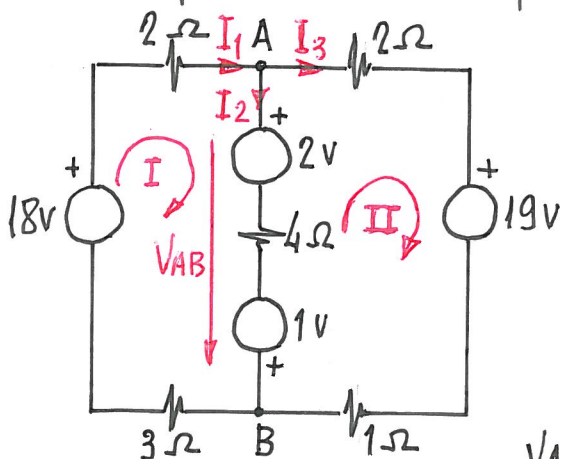
Ejemplo de aplicación 1.6. - En el circuito de la figura, calcular las intensidades I_1 , I_2 e I_3 , en las ramas de unión de los dos circuitos eléctricos.



Aplicando estrictamente el 1er lema a los 2 nudos A y B \Rightarrow 2 ecuac. y 3 incógn. (irresoluble) $\begin{cases} 4+I_1-I_2=0 \\ I_2-I_3-9=0 \end{cases}$
 Sin embargo, aplicando el 1er lema a regiones es inmediata la solución:
 Región $R_1 \Rightarrow I_3 = 4A$
 Región $R_2 \Rightarrow I_1 = 9A$ } Nudo A $\Rightarrow I_2 = 4 + I_1 = 13A$

Segundo Lema de Kirchhoff. Este lema, aplicable a mallas y lazos, es consecuencia de considerar que la suma algebraica de las tensiones a lo largo de cualquier línea cerrada es nula. Desde un nudo A hasta el mismo nudo A, siguiendo un lazo o malla $\Rightarrow V_{AA} = V_A - V_A = 0$. En generadores, $V_g = -E_g$ y, por tanto, para circuitos de c.c. $\Rightarrow \sum IR + \sum V_g = 0 \Rightarrow \boxed{\sum IR = \sum E_g}$
 Para escribir la ecuación anterior, se toma como \oplus un sentido arbitrario de circulación de malla, y las tensiones en resistencias y/o las f.e.m. en generadores, serán \oplus ó \ominus según coincidan o no con el sentido de circulación de malla. También, en generadores, la f.e.m. es \oplus si el generador (por sí solo) da corriente en el sentido de circulación de malla.

Para resolver un circuito (1º completo y 2º plano), para que el sistema de ecuaciones sean linealmente independientes se aplica $\begin{cases} 1er\ lema \Rightarrow n^o\ nudos - 1 \\ 2o\ lema \Rightarrow todas\ las\ mallas \end{cases}$
 Ejemplo de aplicación 1.7.- En el circuito de la figura, calcular las intensidades de cada rama, la d.d.p. V_{AB} (por los 3 caminos posibles) y realizar un balance de potencias.



Consideramos I_1, I_2 e I_3

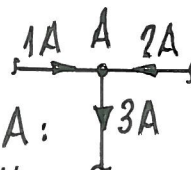
$$\left. \begin{aligned} \text{nudo A} &\Rightarrow I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ \text{malla (I)} &\Rightarrow 2I_1 + 4I_2 + 3I_3 = 18 - 2 + 1 \\ \text{malla (II)} &\Rightarrow 2I_3 + 1 \cdot I_3 - 4I_2 = -19 - 1 + 2 \end{aligned} \right\}$$

Resolviendo el sistema:

$$\underline{I_1 = 1A} ; \underline{I_2 = 3A} ; \underline{I_3 = -2A}$$

Considerando las intens. \oplus en nudo A:

$$V_{AB} \begin{cases} \text{rama izq: } V_{AB} = -2 \cdot 1 + 18 - 3 \cdot 1 = 13V \\ \text{rama central: } V_{AB} = 2 + 4 \cdot 3 - 1 = 13V \\ \text{rama deha: } V_{AB} = -2 \cdot 2 + 19 - 1 \cdot 2 = 13V \end{cases}$$

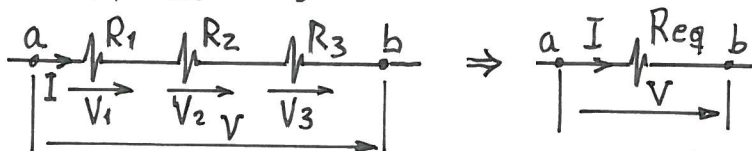


$$\left. \begin{aligned} \sum P_R = \sum RI^2 &= (3+2) \cdot 1^2 + 4 \cdot 3^2 + (2+1) \cdot 2^2 = 53W \\ \sum P_g = \sum E_g I &= 18 \cdot 1 - 2 \cdot 3 + 1 \cdot 3 + 19 \cdot 2 = 53W \end{aligned} \right\} \sum P_R = \sum P_g$$

1.6 ASOCIACIÓN DE ELEMENTOS: SERIE, PARALELO Y TRANSFORMACIÓN ESTRELLA-TRIÁNGULO

- Resistencias en serie. Varias resistencias están en serie cuando están conectadas una a continuación de otra, de forma que por todas ellas circula la misma intensidad.

En el esquema adjunto, sólo R_1 y R_2 están conectadas en serie.



$$\left. \begin{aligned} V &= V_1 + V_2 + V_3 = IR_1 + IR_2 + IR_3 = I(R_1 + R_2 + R_3) \\ V &= I \cdot R_{eq} \end{aligned} \right\} \boxed{R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum R_k}$$

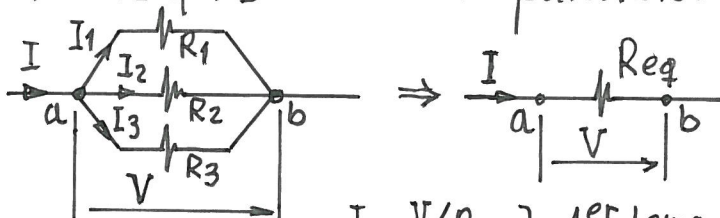
Aspectos destacables:

1º) Si todas las resist. en serie son iguales: $\boxed{R_{eq} = \overbrace{R+R+\dots+R}^n = nR}$

2º) Divisor de tensión: $\boxed{V_k = IR_k = \frac{V}{R_{eq}} R_k = \frac{V}{\sum R} R_k}$

"Cuando se tienen conectadas varias resistencias en serie, el reparto de la tensión total es directamente proporcional al valor de las resistencias".

- Resistencias en paralelo. Varias resistencias están conectadas en paralelo, cuando tienen aplicadas entre sus extremos la misma tensión. Pueden tener o no los mismos nudos extremos. Así, en el esquema adjunto R_1 , R_2 y R_3 están en paralelo.



$$\left. \begin{aligned} I_1 &= V/R_1 \\ I_2 &= V/R_2 \\ I_3 &= V/R_3 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &1^\text{er} \text{ lema de Kirchhoff nudo "a":} \\ &I = I_1 + I_2 + I_3 \\ &\frac{V}{R_{eq}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}} \end{aligned}$$

Aspectos destacables:

1º) Si todas las resistencias conectadas en paralelo son iguales:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \underbrace{\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \dots + \frac{1}{R}}_n = \frac{n}{R} \Rightarrow \boxed{R_{eq} = \frac{R}{n}}$$