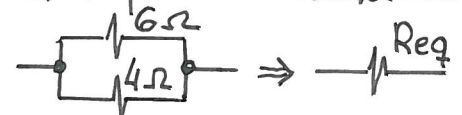
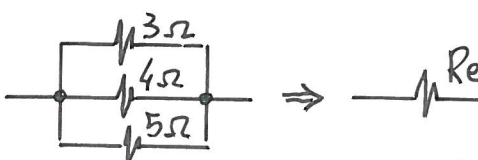


2º) Dos resistencias en paralelo

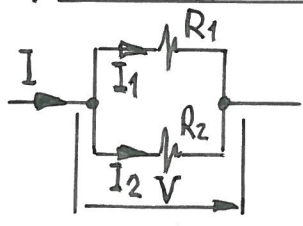
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \Rightarrow \boxed{R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{\text{producto}}{\text{suma}}}$$

Ejemplo de aplicación 1.8.- Calcular la resistencia equivalente de: (a) 2 resist. de 6 y 4 Ω conectadas en paralelo, (b) 3 resist. de 3, 4 y 5 Ω conectadas en paralelo.

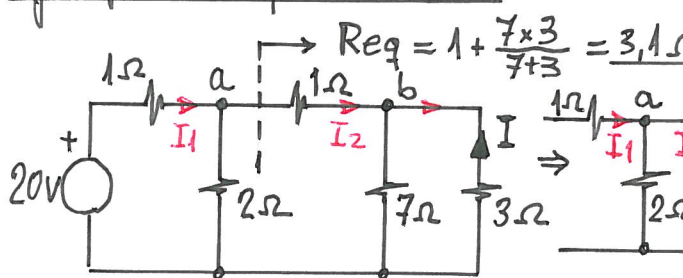
(a)  $\Rightarrow R_{eq} = \frac{\text{prod.}}{\text{suma}} = \frac{6 \times 4}{6 + 4} = 2,4 \Omega$

(b)  $\Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{47}{60} \Rightarrow R_{eq} = \frac{60}{47} = 1,28 \Omega$

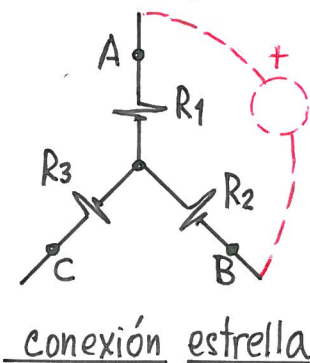
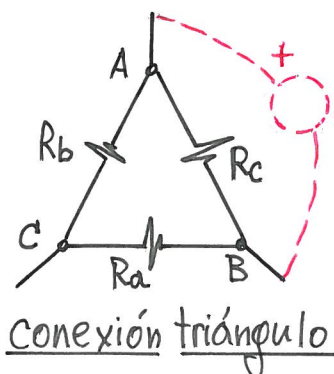
3º) Divisor de intensidad (para 2 resist.)

 $\boxed{I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{I \cdot R_{eq}}{R_1} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1(R_1 + R_2)} I = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I}$
 "el reparto de intensidades es inversamente proporcional al valor de las resistencias"

Ejemplo de aplicación 1.9.- En el circuito de la figura calcular "I"

 $R_{eq} = 1 + \frac{7 \times 3}{7 + 3} = 3,1 \Omega$ En cada nudo (a) y (b) se aplica divisor de intensidad:
 $\boxed{I = \frac{20}{1 + \frac{2 \times 3,1}{2 + 3,1}} \times \frac{2}{2 + 3,1} \times \frac{7}{7 + 3} = -2,48 A}$

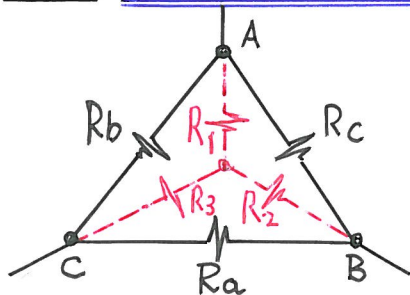
- Transformación estrella-triángulo (y viceversa)



Igualando las resistencias equivalentes que ve una fuente de tensión cada dos terminales:

$$\underline{AB} \Rightarrow R_1 + R_2 = \frac{R_c \cdot (R_a + R_b)}{R_c + (R_a + R_b)} \quad \underline{AC} \Rightarrow R_1 + R_3 = \frac{R_b \cdot (R_a + R_c)}{R_b + (R_a + R_c)} \quad \underline{BC} \Rightarrow R_2 + R_3 = \frac{R_a \cdot (R_b + R_c)}{R_a + (R_b + R_c)}$$

que es un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas, según converjan.

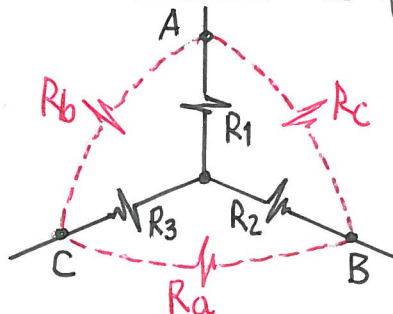


Paso de triángulo a estrella:

Regla mnemotécn. $\Rightarrow R_k = \frac{\text{producto 2 resist. mismo nudo}}{\text{suma de las 3 resist.}}$
 ($k=1,2,3$)

$$\boxed{R_1 = \frac{R_b \cdot R_c}{R_a + R_b + R_c}}; \boxed{R_2 = \frac{R_a \cdot R_c}{R_a + R_b + R_c}}; \boxed{R_3 = \frac{R_a \cdot R_b}{R_a + R_b + R_c}}$$

Para 3 resist. R_Δ iguales en triángulo $\Rightarrow \boxed{R_x = \frac{R_\Delta^2}{3R_\Delta} = \frac{R_\Delta}{3}}$



Paso de estrella a triángulo:

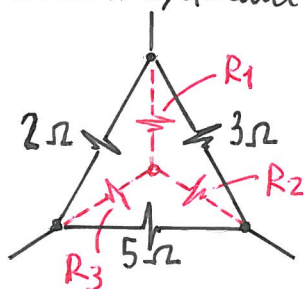
Regla mnemotécn. $\Rightarrow R_x = \frac{\text{suma 2 resist. que abarca} + \text{su producto}}{\text{resist. opuesta}}$
 ($x=a,b,c$)

$$\boxed{R_a = R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1}}; \boxed{R_b = R_1 + R_3 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2}}$$

$$\boxed{R_c = R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3}}$$

Para 3 resist. R_x iguales en estrella $\Rightarrow \boxed{R_\Delta = R_x + R_x + \frac{R_x^2}{R_x} = 3R_x}$

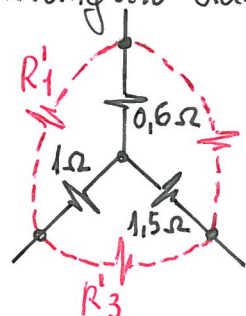
Ejemplo de aplicación 1.10.- Transformar el triángulo dado de resist. 2, 3 y 5 Ω en la estrella equivalente. A partir de esta estrella, deducir por cálculos el triángulo dado.



$$R_1 = \frac{2 \times 3}{2 + 3 + 5} = 0,6 \Omega$$

$$R_2 = \frac{3 \times 5}{2 + 3 + 5} = 1,5 \Omega$$

$$R_3 = \frac{2 \times 5}{2 + 3 + 5} = 1 \Omega$$



$$R'_1 = 1 + 0,6 + \frac{1 \times 0,6}{1,5} = 2 \Omega$$

$$R'_2 = 0,6 + 1,5 + \frac{0,6 \times 1,5}{1} = 3 \Omega$$

$$R'_3 = 1 + 1,5 + \frac{1 \times 1,5}{0,6} = 5 \Omega$$

1.7 ANÁLISIS DE CIRCUITOS ; TEOREMA DE MALLAS, SUPERPOSICIÓN Y THÉVENIN

- Teorema de las mallas. Derivado de los lemas de Kirchhoff, en el que el 1er lema se escribe de forma implícita. Se utiliza para analizar circuitos, en vez de aplicar directamente los lemas de Kirchhoff, y se aplica a todas las mallas ("huecos") del circuito. Se reduce en nodos-1 la cantidad de ecuaciones resultantes aplicando los lemas de Kirchhoff. Se resumen a continuación sus características principales:

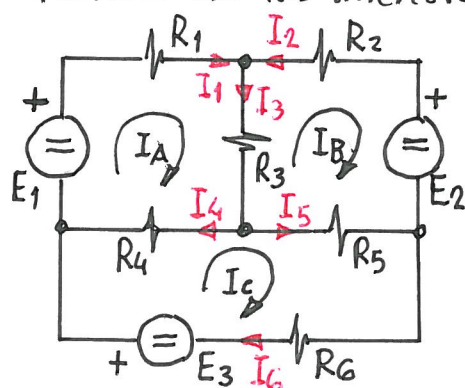
- 1º) Se consideran intensidades de malla (no de ramas).

2º) El sentido de circulación de mallas (aunque puede ser arbitrario para cada malla), conviene tomarlo igual para todas ellas (por ej. todas a dchas), ya que se facilitan ciertas simetrías que se indican a continuación.

3º) En la ecuación de una malla, sólo el coef. de la intensidad de esa malla es positivo; los restantes coef. de las intensidades de las mallas adyacentes son todos negativos. Hay simetría de coef. negativos respecto de diagonal de coef. positivos.

4º) La intensidad de una rama perteneciente a una sola malla, coincide con la intensidad de su malla, con el signo correspondiente.

5º) La intensidad de una rama común a dos mallas es la diferencia de las intensidades de las mallas correspondientes.



- Por Kirchoff: 6 ecuac. y 6 incógn. (I_1 a I_6)

- Por mallas: 3 ecuac. y 3 incógn. (I_A, I_B, I_C)

$$\left. \begin{aligned} (R_1 + R_3 + R_4) I_A - R_3 I_B - R_4 I_C &= E_1 \\ -R_3 I_A + (R_2 + R_3 + R_5) I_B - R_5 I_C &= -E_2 \\ -R_4 I_A - R_5 I_C + (R_4 + R_5 + R_6) I_C &= E_3 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Despejando} \\ \text{(por Cramer)} \\ \underline{I_A}, \underline{I_B}, \underline{I_C} : \end{array}$$

$$\underline{I_1} = I_A; \quad \underline{I_2} = -I_B; \quad \underline{I_3} = I_A - I_B; \quad \underline{I_4} = I_A - I_C$$

$$\underline{I_5} = I_C - I_B; \quad \underline{I_6} = I_C$$

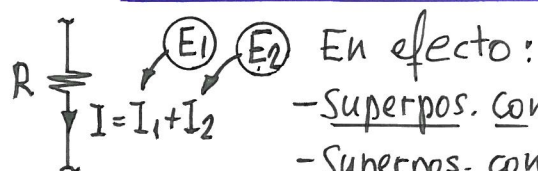
- Principio de superposición.

"Cuando en un circuito tenemos varias fuentes de tensión, la intensidad que circula por una rama puede calcularse como suma algebraica de las intensidades que proporciona cada fuente por separado."

Para anular una fente de tensión (ideal), se sustituye por un cortocircuito.

Este principio, aplicable en otras muchas materias (p. ej. en resistencia de materiales), puede usarse siempre que se tenga linealidad entre la acción y el resultado. Así, existe linealidad entre tensión aplicada e intensidad resultante.

Para potencias, por ejemplo, no se podría aplicar superposición, ya que no hay linealidad entre potencia e intensidad o tensión.

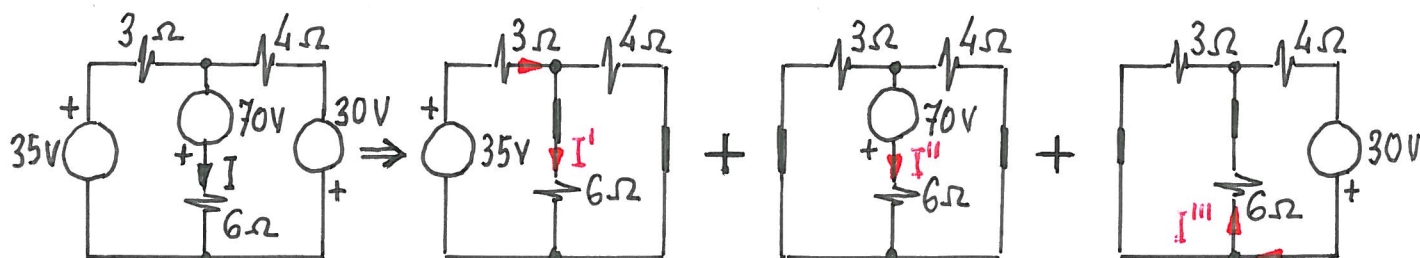


- Superpos. con int. $\Rightarrow P = I^2 R = (I_1 + I_2)^2 R \Rightarrow$ correcto

- Superpos. con potenc. $\Rightarrow P = P_1 + P_2 = R I_1^2 + R I_2^2 \Rightarrow$ erróneo

Si bien para circuitos de c.c. el T. mallas es un método más directo que el P. superposición, este método es imprescindible para resolver circuitos de c.a. con generadores (en el mismo circuito) de c.c. y c.a., o de c.a. con diferentes frecuencias, puesto que los elementos pasivos tienen equivalencias distintas frente a unos u otros generadores.

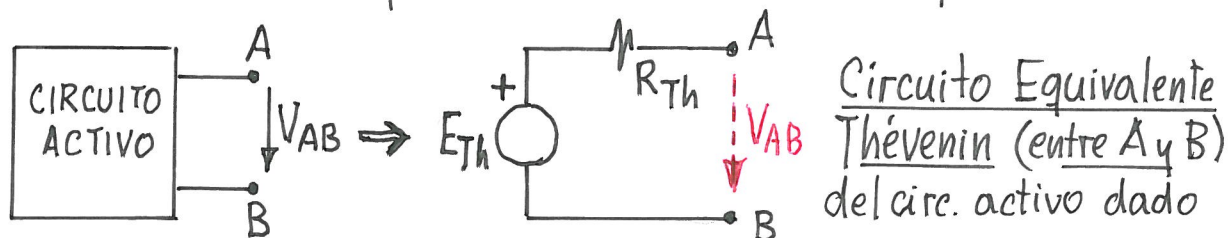
Ejemplo de aplicación 1.11.- En el circuito de la figura, aplicando superposición y divisor de intensidad, calcular "i".



$$I = I' + I'' - I''' = \frac{35}{3 + \frac{24}{10}} \cdot \frac{4}{10} + \frac{70}{6 + \frac{12}{7}} - \frac{30}{4 + \frac{18}{9}} \cdot \frac{3}{9} = \frac{70}{27} + \frac{245}{27} - \frac{45}{27} = \underline{10A}$$

- Teorema de Thévenin. Permite pasar de un circuito complejo a uno simple equivalente entre 2 puntos.

Para c.c., un circuito activo con resistencias, que presenta 2 terminales accesibles A y B, el Teorema de Thévenin dice que "desde el punto de vista de su comportamiento frente a cualquier carga, activa o pasiva, conectada entre A y B, dicho circuito activo, más o menos complejo, es equivalente a uno simple formado por un generador E_{Th} en serie con una resistencia R_{Th} y los dos terminales extremos A y B, denominado Circuito Equivalente Thevenin"



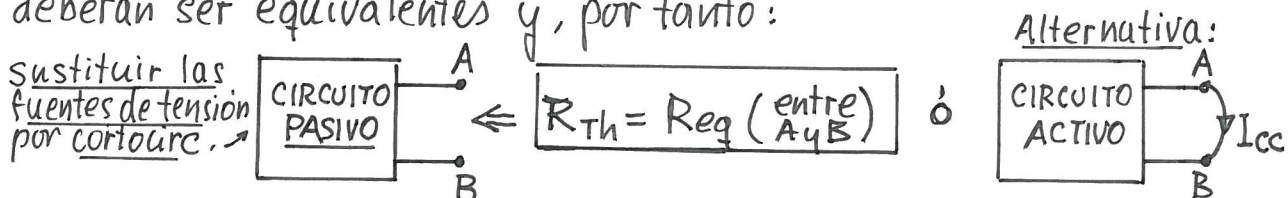
Las tensiones entre A y B en ambos circuitos han de ser iguales y, por tanto:

$$E_{Th} = V_{AB}$$

Como en circ. de c.c. conviene utilizar siempre f.e.m. positivas:

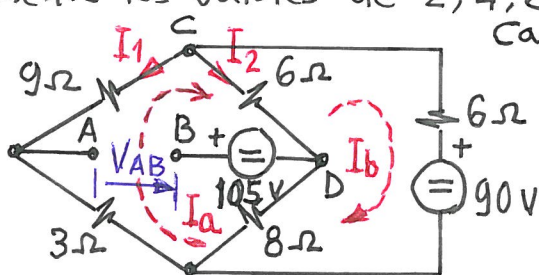
- Si $V_{AB} > 0 \rightarrow V_A > V_B \Rightarrow E_{Th} = V_{AB}$ (+ apunta hacia A)
- Si $V_{AB} < 0 \rightarrow V_A < V_B \Rightarrow E_{Th} = |V_{AB}|$ (+ apunta hacia B)

En ambos circuitos equivalentes, si se eliminan las fuentes de tensión (sustituyéndolas por cortocircuitos) los dos circuitos también deberán ser equivalentes y, por tanto:



Si ambos circuitos (activo dado y Equiv. Théven.) se ponen A y B en cortocircuito, se tendrá la misma I_{cc} que, por Théven. es $I_{cc} = \frac{E_{Th}}{R_{Th}}$ y, por tanto, conociendo I_{cc} del circ. activo $\Rightarrow R_{Th} = \frac{E_{Th}}{I_{cc}}$

Ejemplo de aplicación 1.12.- En el circuito de la figura, calcular la intensidad (con su sentido) y la potencia consumida por una resistencia R, conectada entre A y B, cuando adopta, sucesivamente los valores de 2, 4, 6 y 10 Ω .



Calculemos el Equiv. Théven. entre A y B:

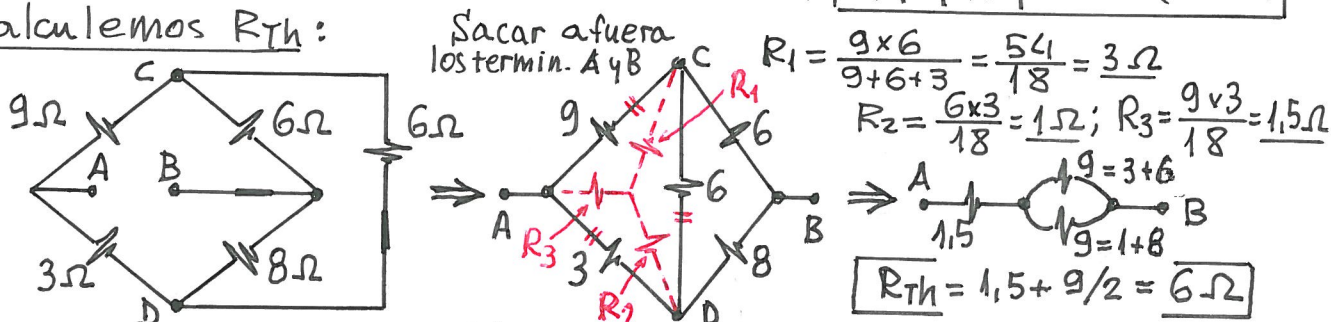
Por mallas (hay 2):

$$\begin{cases} 26I_a - 14I_b = 0 \\ -14I_a + 20I_b = -90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_a = -3,888 \text{ A} \\ I_b = -7,222 \text{ A} \end{cases}$$

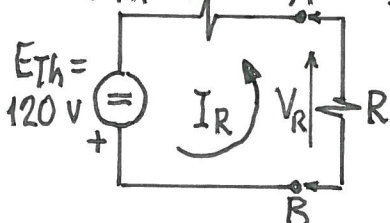
$$I_1 = -I_a = 3,888 \text{ A}; \quad I_2 = I_a - I_b = 3,333 \text{ A}$$

Por ACDB $\Rightarrow V_{AB} = -9I_1 + 6I_2 - 105 = -120 \text{ V} \Rightarrow E_{Th} = |V_{AB}| = 120 \text{ V}$ (+ en B)

Calculemos R_{Th} :



$R_{Th} = 6 \Omega$ ← Equiv. Thévenin



$$I_R = \frac{120}{6 + R} \text{ (de B a A)}$$

$$P_R = I_R^2 \cdot R$$

$$V_R = I_R \cdot R$$

R (Ω)	I _R (A)	P _R (W)	V _R (V)
2	15	450	30
4	12	576	48
6	10	600	60
10	7,5	562,5	75

$P_{R, \max} \Rightarrow R = R_{Th}$